Optimización de cartera de proyectos con financiamiento parcial mediante un metaheurístico enriquecido con programación lineal entera e incorporación de preferencias

Eduardo Fernández
Universidad Autónoma de Sinaloa
eddyf@uas.edu.mx

Claudia Gómez
Instituto Tecnológico de Cd. Madero
cggs71@hotmail.com

Gilberto Rivera
Instituto Tecnológico de Tijuana
riveragil@gmail.com

Laura Cruz-Reyes
Instituto Tecnológico de Cd. Madero
lauracruzreyes@itcm.edu.mx

Resumen

La selección de proyectos ha sido un problema ampliamente estudiado en diversas disciplinas. En el estado del arte se encuentran reportados diversos enfoques de optimización de cartera, los cuales han alcanzado cierto grado de éxito dentro de las condiciones en las cuales fueron propuestos. Sin embargo, se hace evidente que las problemáticas relacionadas con el financiamiento parcial de proyectos han sido abordadas de soslayo. Así, típicamente se ha propuesto modelar como un proyecto artificial cada nivel de financiamiento para cada propuesta de proyecto. Con esta estrategia se han solucionado casos de prueba con sólo unos pocos niveles de apoyo para unos cuantos proyectos. Debido a la naturaleza exponencial del espacio de búsqueda en carteras, es cuestionable la aplicación de dicha estrategia en la presencia de una amplia gama de niveles de financiamiento. En este artículo se extiende el modelo de optimización de cartera más ampliamente aceptado en la literatura especializada, incluyendo en él la modelación de algunas consideraciones de apoyo parcial. Se resuelve el modelo mediante una metaheurística propuesta previamente por nosotros (*Non-Outranked Ant Colony Optimization*), pero mejorada mediante la inclusión de programación lineal entera. Se da evidencia, mediante pruebas experimentales, de las valiosas ventajas que ofrece el modelo propuesto sobre la clásica estrategia sugerida en la literatura.

Palabras clave: selección de proyectos, financiamiento parcial, metaheurísticos multiobjetivo, optimización por colonia de hormigas.

1 Introducción

La formación de carteras de proyectos es una actividad periódica, crucial y necesaria en muchas empresas. Usualmente, a partir de una serie de proyectos propuestos, la organización invierte en un subconjunto de ellos; con la expectativa de que tal cartera aportará el mayor beneficio posible a los

R. Z. Ríos-Mercado et al. (Eds.): Recent Advances in Theory, Methods, and Practice of Operations Research, pp. 295-302,
UANL - Casa Universitaria del Libro, Monterrey, Mexico, October 2014.

objetivos organizacionales. Asignar apropiadamente el presupuesto disponible es una tarea compleja, debido a varios factores: 1) la existencia de múltiples objetivos en conflicto, de los cuales algunos pueden ser de naturaleza cualitativa; 2) la cantidad de carteras no dominadas, la cual suele ser enorme inclusive para unas cuantas decenas de proyectos; 3) las limitaciones cognitivas de un DM promedio para seleccionar satisfactoriamente el mejor compromiso; 4) el efecto producido por la presencia de interacciones entre proyectos; y, 5) condiciones de riesgo e incertidumbre asociadas a los proyectos.
Además, las dificultades aumentan si se toma en cuenta que, en muchos casos prácticos, el DM no sólo decide en cuáles proyectos invertir, sino también fija un nivel de apoyo para tales propuestas. Ésta es una característica presente en muchas situaciones reales.
Al analizar la literatura especializada, es notoria la escasez de trabajos sobre optimización de cartera donde se considere, para todos las propuestas participantes, la posibilidad de invertir en los proyectos sin la obligatoriedad de cubrir todos los gastos solicitados por los proponentes. Sin embargo, no financiar todas las actividades asociadas a un proyecto puede repercutir en los beneficios obtenidos durante su ejecución.
En este artículo, presentamos un modelo de optimización para selección de proyectos con apoyo parcial. Nuestra propuesta pretende modelar aquellos problemas de cartera donde el nivel de financiamiento está directamente relacionado con los beneficios esperados al implementarse los proyectos. Hasta donde conocemos, no se encuentra propuesta similar en la literatura científica especializada.
Este artículo se encuentra estructurado de la siguiente manera: en la Sección 2 se da una descripción del estado del arte, en la Sección 3 se presenta el modelo de optimización, mientras que en la Sección 4 se menciona el método utilizado para resolverlo, en la Sección 5 se presentan resultados experimentales que dan evidencia de las bondades de nuestra propuesta, y finalmente en la Sección 6 se discuten algunas conclusiones.

2 Una breve reseña de los trabajos relacionados

Ghasenzadeh et al. [10] presentaron un modelo de optimización lineal entera para selección y programación de proyectos. Las variables de decisión fueron de naturaleza binaria, indicando cuáles proyectos deberían formar parte de la cartera a implementar. El modelo es capaz de soportar interdependencias entre proyectos, redundancia, planeación temporal y múltiples restricciones presupuestarias. Utilizando los paquetes de programación Lingo® y CPlex®, en [10] se resuelven problemas de cartera con 12 proyectos, 3 tipos de recursos y 5 periodos de tiempo.
Stummer y Heidenberger [12] describen un modelo de programación lineal entera, aportando la modelación de relaciones de sinergia, y relacionando la eficiencia de una cartera en términos de dominancia de Pareto. Además, plantean la posibilidad de manejar diferentes versiones para una misma propuesta, abriendo la posibilidad del apoyo parcial. Debido a que el enfoque propuesto en [12] busca todas las carteras no dominadas, sólo puede ser aplicado sobre algunas decenas de proyectos. Debido a esto, el número de propuestas debe reducirse a un tamaño "manejable" antes del proceso de optimización.
Posteriormente, se propusieron trabajos donde se da solución a instancias con mayores dimensiones (no más de 100 proyectos y 2 objetivos; y 60 proyectos y 10 objetivos) para el problema planteado en [12]. Esto se logró mediante el uso de algoritmos aproximados, donde específicamente los metaheurísticos mostraron gran versatilidad (e.g. [2, 3, 4, 5, 11]). La principal ventaja de los metaheurísticos con respectos a los métodos de programación matemática radica en: 1) su capacidad de manejar restricciones de alta complejidad; 2) tratar con efectos complejos de interdependencia y secuenciación temporal de acciones; 3) ser menos sensibles a las propiedades matemáticas de las funciones objetivo y de las restricciones; y 4) generar una aproximación a la frontera de Pareto con una sola ejecución del proceso de optimización.

Sin embargo, los metaheurísticos multiobjetivo basados en Pareto presentan algunos inconvenientes: 1) arrojan una cantidad de soluciones muy grande, como para que el DM pueda identificar el “mejor compromiso” de manera satisfactoria; y, 2) pierden eficiencia en problemas con muchos proyectos y objetivos. Estas problemáticas se agravan al abordarse la posibilidad del apoyo parcial, sobre todo si se utiliza la estrategia de los proyectos artificiales tan sugerida en la literatura.

En 2011, Fernandez et al. [7] proponen incluir un sistema relacional de preferencias en un algoritmo evolutivo, con el objetivo de incrementar la presión selectiva hacia una región de la frontera de Pareto. Dicha región es la que mejor concuerda con los criterios de selección del DM, expresados en los valores de los parámetros de un modelo borroso de sobreclasificación. En 2013 y 2014, Fernandez et al. [9] y Cruz et al. [1] explotan este sistema preferencial dentro de algoritmos metaheurísticos, logrando resolver problemas de cartera con 500 proyectos y 16 objetivos, manteniendo una eficiencia aceptable en términos de tiempo de cómputo y calidad de la solución. Estos resultados parecen demostrar que la incorporación de preferencias *a priori* incrementa la eficiencia y eficacia de las metaheurísticas; mitigando, en cierto grado, las debilidades relacionadas con la cantidad de proyectos, el número de objetivos y la cantidad de carteras resultantes. Sin embargo, en [1, 9] no se plantea ningún tratamiento especial para el financiamiento parcial, proponiendo asimismo el uso de proyectos artificiales.

Quizás la principal dificultad para plantear un enfoque general de apoyo parcial de proyectos, es modelar la relación causal entre el nivel de satisfacción en los recursos y los resultados producidos por el proyecto. En este artículo extendemos el trabajo propuesto en [1], incluyendo un tratamiento para el financiamiento parcial. Esta modelación es válida para aquellos problemas donde es aceptable aproximar linealmente la relación entre el nivel de financiamiento y los beneficios esperados.

3 Descripción del modelo de optimización

El modelo descrito en esta sección está ampliamente basado en [12], pero es extendido para dar tratamiento al financiamiento parcial.

Sea $\mathbb{N}$ el número de proyectos participantes, p el total de criterios a optimizar y q la cantidad de categorías de recursos. Sea $\mathbb{B} = \langle \mathbb{B}_1, \mathbb{B}_2, \ldots, \mathbb{B}_q \rangle$ un vector que indica la cantidad de recursos disponibles para cada categoría.

3.1 Caracterización de proyectos

La cantidad del l-ésimo recurso solicitado por un proyecto j cuando es apoyado al mínimo se representa como $c_{j,l}$. Cuando un proyecto j recibe un apoyo igual a $c_{j,l}$ para cada recurso l, genera una contribución $f_k^{\text{mín}}(j)$ para cada objetivo k.

Sea $\frac{\delta(f_k(j))}{\delta(\mathbb{B})} = \Delta f_k(j) = \langle \Delta f_{k,1}(j), \Delta f_{k,2}(j), \ldots, \Delta f_{k,q}(j) \rangle$ un vector que indica la cantidad de recursos consumidos por el proyecto j para lograr incrementar en una unidad el objetivo k. $f_k^{\text{máx}}(j)$ es la aportación máxima que puede hacer el proyecto j a la k-ésima función objetivo.

El costo en el recurso l por financiar un proyecto j que se espera redunde los beneficios $X_j = \langle X_{j,1}, X_{j,2}, \ldots, X_{j,p} \rangle$ puede calcularse mediante la expresión:

$$c_l(X_j) = \varphi(X_j) \cdot [c_{j,l} + \Delta c_l(X_j)], \tag{1}$$

donde $\varphi(X_j)$ es una función binaria que indica si la asignación para el proyecto j permite que éste se realice, al menos, en su versión mínima. $\varphi(X_j)$ puede definirse como

$$\varphi(X_j) = \begin{cases} 1 & \text{si } X_{j,k} \geq f_k^{\text{mín}}(j) \;\; \forall k \in \{1,2,\ldots,p\}, \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases} \tag{2}$$

En la Ecuación 1, $\Delta c_l(X_j)$ calcula la cantidad adicional de recursos (de la *l*-ésima categoría) consumidos por el proyecto *j*, y puede definirse mediante la expresión:

$$\Delta c_l(X_j) = \sum_{k=1}^{p} \left[X_{j,k} - f_k^{\text{mín}}(j)\right] \cdot \Delta f_{k,l}(j), \tag{3}$$

sujeto a

$$0 \leq X_{j,k} \leq f_k^{\text{máx}}(j) \qquad \forall k \in \{1,2,\ldots,p\}, \;\; \forall j \in \{1,2,\ldots,\mathbb{N}\}. \tag{4}$$

Un caso especial de la Ecuación 1 es $c_l\left(f^{\text{máx}}(j)\right)$, que representa la cantidad de recursos (de la *l*-ésima categoría) requeridos por el *j*-ésimo proyecto cuando es apoyado totalmente.

3.2 Caracterización de carteras

Una cartera puede representarse mediante la asignación de todas las X_j ($1 \leq j \leq \mathbb{N}$) en un solo vector bidimensional X de tamaño $\mathbb{N} \times p$. $X_{j,k}$ representa la retribución esperada en el objetivo *k* por realizar el proyecto *j*. El costo en el recurso *l*, por financiar *X* puede ser calculado mediante la Ecuación 5:

$$C_l(X) = \sum_{j=1}^{\mathbb{N}} c_l(X_j) + \sum_{i=1}^{\mathbb{C}} h_i(X) \cdot H_{i,l}(X). \tag{5}$$

El primer término en la Ecuación 5 representa la suma de los costos individuales de los proyectos. El segundo término añade el valor de las sinergias sobre los costos. $\mathbb{C}$ es la cantidad total de sinergias en recursos, $h_i(X)$ es una función que indica si la sinergia *i* ocurre en la cartera, y $H_{i,l}(X)$ es una función que calcula el valor añadido al *l*-ésimo recurso si la sinergia *i* ejerce efecto. La función $h_i(X)$ puede ser calculada como

$$h_i(X) = \begin{cases} 1 & \text{si } n_i \leq \sum_{j=1}^{\mathbb{N}} \varphi(X_j) \cdot R_{i,j} \leq N_i, \\ 0 & \text{en otro caso,} \end{cases} \tag{6}$$

donde la función $\varphi(X_j)$ indica si el proyecto *j* está apoyado en la cartera *X*; n_i y N_i son las cantidades mínima y máxima (respectivamente) de proyectos requeridos para que la sinergia *i* ocurra; y R_i es un vector binario que indica cuales proyectos están considerados en la *i*-ésima interacción ($R_{i,j} = 1$ indica que el proyecto *j* está presente en la *i*-ésima relación sinérgica, $R_{i,j} = 0$ en otro caso).
Si se define $r_{i,l}^{\text{mín}}$ como el impacto producido sobre el costo *l* si los proyectos en la *i*-ésima interacción son apoyados al mínimo, y $r_{i,l}^{\text{máx}}$ como el valor agregado por la interacción *i* si los proyectos son apoyados al máximo, $H_{i,l}(X)$ se puede definir como

$$H_{i,l}(X) = r_{i,l}^{\text{mín}} + \left[\frac{\sum_{j=1}^{\mathbb{N}} R_{i,j} \cdot \varphi(X_j) \cdot \left(c_l(X_j) - c_{j,l}\right)}{\sum_{j=1}^{\mathbb{N}} R_{i,j} \cdot \varphi(X_j) \cdot \left(c_l\left(f^{\text{máx}}(j)\right) - c_{j,l}\right)}\right]\left(r_{i,l}^{\text{máx}} - r_{i,l}^{\text{mín}}\right). \tag{7}$$

La Ecuación 7 calcula el impacto de la sinergia i sobre el costo l, mediante una función de crecimiento lineal constante entre $r_{i,l}^{\text{mín}}$ y $r_{i,l}^{\text{máx}}$. El segundo término de la Ecuación 7 hace que $H_{i,l}(X)$ sea directamente proporcional a la cantidad de recursos (de la l-ésima categoría) requeridos por la cartera X para implementar los proyectos de la interacción i.
Evidentemente, una cartera factible X debe ajustarse al presupuesto disponible. Estas restricciones, relacionadas con la disponibilidad de recursos, pueden modelarse como

$$\mathcal{C}_l(X) \leq \mathbb{B}_l \qquad \forall l \in \{1,2,\dots,q\}. \tag{8}$$

Por otra parte, los beneficios de la cartera X a la k-ésima función objetivo pueden calcularse mediante:

$$z_k(X) = \sum_{j=1}^{\mathbb{N}} \varphi(X_j) \cdot X_{j,k} + \sum_{i=1}^{\mathbb{S}} g_i(X) \cdot G_{i,k}(X). \tag{9}$$

En la Ecuación 9 el primer término es la suma acumulada de los beneficios de los proyectos al k-ésimo objetivo, tomados individualmente. El segundo término añade los efectos sinérgicos a la cartera. $\mathbb{S}$ es el total de relaciones de sinergia que impactan en los objetivos, $g_i(X)$ es una función binaria que indica si la sinergia i ocurre en la cartera X, y $G_{i,k}(X)$ estima el impacto de la interacción i sobre el k-ésimo objetivo. La función $g_i(X)$ se define como

$$g_i(X) = \begin{cases} 1 & \text{si } m_i \leq \displaystyle\sum_{j=1}^{\mathbb{N}} \varphi(X_j) \cdot A_{i,j} \leq M_i, \\ 0 & \text{en otro caso,} \end{cases} \tag{10}$$

donde m_i y M_i son respectivamente las cantidades mínima y máxima de proyectos para que suceda la sinergia i, y $A_{i,j}$ indica si el proyecto j está considerado en la i-ésima interacción. En la Ecuación 9, $G_{i,k}(X)$ puede definirse (de manera similar a $H_{i,l}(X)$) como

$$G_{i,k}(X) = a_{i,k}^{\text{mín}} + \left[\frac{\sum_{j=1}^{\mathbb{N}} A_{i,j} \cdot \varphi(X_j) \cdot \left(X_{j,k} - f_k^{\text{mín}}(j)\right)}{\sum_{j=1}^{\mathbb{N}} A_{i,j} \cdot \varphi(X_j) \cdot \left(f_k^{\text{máx}}(j) - f_k^{\text{mín}}(j)\right)}\right] \left(a_{i,k}^{\text{máx}} - a_{i,k}^{\text{mín}}\right), \tag{11}$$

donde $a_{i,k}^{\text{mín}}$ y $a_{i,k}^{\text{máx}}$ son (respectivamente) el valor agregado al k-ésimo objetivo si los proyectos de la interacción i son apoyados al mínimo, y al máximo. La Ecuación 11 es una interpolación lineal entre $a_{i,k}^{\text{mín}}$ y $a_{i,k}^{\text{máx}}$, directamente proporcional a los resultados esperados al ejecutar los proyectos interdependientes.

3.3 Restricciones de área y región

Por políticas en el proceso de decisión, el DM agrupa los proyectos y establece límites de presupuesto (o de número de proyectos apoyados) para cada grupo. Sea $\mathbb{D}$ la cantidad de grupos en que se dividen los proyectos; $I_m = \langle I_{m,1}, I_{m,2}, \dots, I_{m,\mathbb{N}} \rangle$ un vector que indica la aportación de cada proyecto al m-ésimo grupo, para $m \in \{1,2,\dots,\mathbb{D}\}$; $U = \langle U_1, U_2, \dots, U_{\mathbb{D}} \rangle$ un vector que indica la asignación máxima posible para cada grupo; y $L = \langle L_1, L_2, \dots, L_{\mathbb{D}} \rangle$ la asignación mínima permisible para cada grupo. I_m puede ser establecido en función de número de proyectos o de cantidades de presupuesto, o quizá alguna otra medida de impacto, pero siempre debe ser consistente con los valores establecidos para U_m y L_m. Una cartera X factible debe satisfacer la restricción:

$$L_m \leq \sum_{j=1}^{\mathbb{N}} \varphi(X_j) \cdot I_{m,j} \leq U_m \quad \forall m \in \{1,2,\dots,\mathbb{D}\}. \tag{12}$$

3.4 Descripción del problema de optimización

La mejor selección de proyectos consiste en encontrar una cartera X que resuelva el problema

$$\max_{X \in R_F}\{\langle z_1(X), z_2(X), \dots, z_p(X)\rangle\}, \tag{13}$$

donde R_F es el espacio de carteras factibles, definido por las restricciones establecidas en las Ecuaciones 4, 8 y 12. Debido a la naturaleza multiobjetivo del Problema 13, el término de "maximización" se asocia comúnmente a la dominancia de Pareto, lo que implica la existencia de un conjunto de soluciones que satisfacen el Problema 13.

4 Resolución del problema de optimización

Se adaptó el algoritmo (*Non-Outranked Ant Colony Optimization*, NO-ACO) reportado en [1] para resolver el problema expresado en la Ecuación 13. NO-ACO incluye el modelo preferencial propuesto por Fernandez et al. [7], a través del cual permite mapear el Problema 13 a

$$\min_{X \in O}\{\langle |S(O,X)|, |W(O,X)|, |F(O,X)|\rangle\}, \tag{14}$$

donde O es una aproximación de R_F. La Ecuación 14 mide la calidad de una solución X en términos de: 1) cantidad de soluciones en O que la superan en preferencia estricta, denotado como $S(O,X)$; 2) cantidad de carteras en O que son preferidas débilmente sobre X, representado mediante $W(O,X)$; y, 3) cantidad de carteras con mejor valoración de flujo neto que X, denotado como $F(O,X)$. Las soluciones que mejor reflejan los criterios de elección del DM alcanzan valores cercanos a $\langle 0,0,0\rangle$ en la Ecuación 14. En algunos problemas puede ser imposible encontrar soluciones $\langle 0,0,0\rangle$, por lo que se busca el frente de Pareto al Problema 14 dando prioridad lexicográfica a $S(O,X)$. Si $O = R_F$, las soluciones que satisfacen el Problema 14 son un subconjunto de las soluciones al Problema 13. En [1, 9] se presentan las ventajas al abordar el Problema 14 en lugar del Problema 13. Notablemente favorece el desempeño algorítmico al enfocar el proceso de búsqueda en una región de la frontera de Pareto, en lugar de intentar aproximarla en su totalidad. Para estos problemas, no es necesario conocer todos los puntos en la frontera eficiente, ya que el DM sólo puede invertir en una cartera. Solucionando el Problema 14, se detectan regiones de Pareto en donde se encuentran las carteras potencialmente "deseables" para el DM, de acuerdo a los valores del modelo preferencial [1, 7, 9]. Los valores de los parámetros del modelo de preferencias pueden obtenerse utilizando los métodos sugeridos en [6, 8].

Las principales adaptaciones hechas a NO-ACO se enlistan a continuación:

1. La primera generación de hormigas es generada solucionando el Problema 13 mediante el método de *branch & bound* implementado en CPlex® ver. 12.5, usando *gap*=0.15. Las soluciones obtenidas son evaluadas conforme la Ecuación 14, y las mejores son usadas para inicializar la tabla de feromona.
2. La regla de selección de las hormigas fue modificada. En [1], la regla de selección escoge el siguiente proyecto a incluir en la cartera, esto se respetó, pero se agregó un segundo paso en donde se fija el nivel de apoyo de ese proyecto. Dos opciones son posibles en esta segunda fase de la regla: 1) fijar el mismo nivel de apoyo que aquél en la mejor cartera que también financió ese proyecto (en

caso de haber más de una cartera que minimice el Problema 14, se selecciona una cartera aleatoriamente), o 2) se genera aleatoriamente un nivel de apoyo factible.

5 Resultados experimentales

En esta sección se pretende identificar las ventajas por abordar el financiamiento parcial como está planteado en la Sección 3 en lugar de utilizar la estrategia de proyectos artificiales. Con este fin de generaron diez instancias con cien proyectos, nueve criterios, cuatro categorías de recursos, quince interacciones de sinergia impactando en las funciones objetivos, diez sinergias afectando el consumo de recursos, cinco situaciones de proyectos mutuamente excluyentes, y seis restricciones presupuestarias de área y/o región. La cantidad mínima de recursos que puede asignarse a los proyectos es el 60% del monto total solicitado por categoría.

Para poder comparar con la estrategia de proyectos artificiales, se generaron diez versiones por cada proyecto, cada una representando un nivel de apoyo diferente para cada propuesta, y se establecieron las restricciones necesarias para garantizar la factibilidad de las carteras resultantes.

En la Tabla 1 se presentan los resultados obtenidos al resolver el caso de estudio mediante NO-ACO. Los valores de los parámetros del algoritmo y los parámetros del modelo de preferencias son los reportados en [1]. NO-ACO se encuentra programado en lenguaje Java, usando el compilador JDK 1.6 y el entorno de desarrollo Netbeans 6.9.1; y se ejecutaron las pruebas en una computadora Mac Pro con procesador Intel Quad-Core de 2.8 GHz, con 3 GB de memoria RAM, y 1 TB en disco duro serial ATA a 7200 rpm.

Como puede observarse en la Tabla 1, hubo una reducción significativa en el tiempo de cómputo (78% en promedio), además, se alcanzan mejores valores en las funciones objetivo al optimizar el modelo propuesto en la Sección 3, esto puede deducirse por la información presentada en las columnas cuatro y cinco de la Tabla 1. Además si el modelo preferencial es consistente con las preferencias del DM, las soluciones obtenidas por optimizar el modelo con proyectos artificiales son inferiores en términos de preferencia (ver sexta columna de la Tabla 1). Asimismo, la cartera con mayor potencial para ser identificada como el mejor compromiso fue siempre obtenida al optimizar el modelo de la Sección 3. Esto se refleja en el mejor valor de flujo neto alcanzado para ambos casos (séptima columna).

Tabla 1. Comparación experimental entre ambos enfoques para abordar el apoyo parcial de proyectos

Instancia	Modelo a optimizar	Tiempo (segundos)	Tamaño del conjunto solución	Soluciones no dominadas al Problema 13 en $O_1 \cup O_2$	Soluciones no dominadas al Problema 14 en $O_1 \cup O_2$	Valor de flujo neto de la *mejor solución* en $O_1 \cup O_2$
1	Proyectos artificiales	101687	285	215	0	-19.635
	Nuestra propuesta	35623	300	297	17	15.916
2	Proyectos artificiales	125903	201	140	1	-4.372
	Nuestra propuesta	18484	297	282	15	5.567
3	Proyectos artificiales	236810	157	113	0	-17.765
	Nuestra propuesta	39907	218	218	19	8.831
4	Proyectos artificiales	150617	275	140	0	-24.987
	Nuestra propuesta	27662	340	331	27	7.307
5	Proyectos artificiales	105047	72	55	0	-18.123
	Nuestra propuesta	34175	160	153	10	7.492
6	Proyectos artificiales	172230	239	146	1	-6.226
	Nuestra propuesta	22449	184	184	16	6.742
7	Proyectos artificiales	106095	526	383	1	-8.080
	Nuestra propuesta	38050	345	342	29	12.319
8	Proyectos artificiales	141782	334	183	0	-16.876
	Nuestra propuesta	27076	375	371	34	5.292
9	Proyectos artificiales	174053	287	214	1	-9.803
	Nuestra propuesta	24591	163	163	13	5.618
10	Proyectos artificiales	148877	273	173	0	-11.760
	Nuestra propuesta	25384	243	238	14	7.619

Nota: O_1 y O_2 son los conjuntos solución generados por NO-ACO [1] cuando se optimiza, respectivamente, el modelo con proyectos artificiales y el modelo descrito en la Sección 3. La *mejor solución* está definida de acuerdo al modelo preferencial propuesto en [7].

6 Conclusiones y trabajo futuro

En este artículo planteamos un modelo de optimización de cartera con posibilidad de apoyo parcial, el cual es válido en aquellos casos donde la relación entre el nivel de apoyo y la generación de beneficios puede ajustarse como una función lineal. Quizá el principal reto para resolver esta clase de problemas es la exploración eficiente del espacio de búsqueda. Plausiblemente, esta es la principal razón por la cual en la literatura se había dejado de lado esta problemática, contemplando la posibilidad de financiamiento parcial para sólo dos o tres proyectos, con dos o tres niveles de apoyo cada uno. En este artículo presentamos una alternativa de solución para este problema. Incorporamos en un metaheurístico: 1) programación lineal entera (para descartar rápidamente regiones sub-óptimas del espacio de búsqueda), y 2) la modelación de preferencias (para concentrar el esfuerzo computacional en la región de interés del DM). Los resultados experimentales son alentadores y muestran que es posible solucionar problemas de optimización de cartera con apoyo parcial sin necesidad de disminuir el espacio búsqueda mediante el artificio de los proyectos artificiales, estrategia que pierde la representación de algunos puntos en la frontera de Pareto del problema original, lo cual puede deducirse a partir de los resultados experimentales. Como trabajo futuro planeamos encontrar los límites bajo los cuáles este procedimiento puede funcionar eficientemente. Esperamos plantear estos límites en términos de número de proyectos, objetivos, recursos, relaciones sinérgicas, amplitud en el rango del financiamiento de los proyectos, entre otras características.

Referencias

1. L Cruz, E Fernandez, C Gomez, G Rivera, and F Perez. Many-Objective Portfolio Optimization of Interdependent Projects with 'a priori' Incorporation of Decision-Maker Preferences. *Appl Math & Inf Sci*, 8(4): 1517-1531, 2014.
2. A F Carazo, T Gomez, J Molina, A G Hernández-Díaz, F M Guerrero, and R Caballero. Solving a comprehensive model for multiobjective project portfolio selection. *Comput Oper Res*, 37(4):630–639, 2010.
3. A F Carazo, I Contreras, T Gomez, and F Perez. A project portfolio selection problem in a group decision making context. *J Ind Manage Optim*, 8(1):243–261, 2012.
4. K F Doerner, W J Gutjahr, R F Hartl, C Strauss, and C Stummer. Pareto Ant Colony optimization: A metaheuristic approach to multiobjective portfolio selection. *Ann Oper Res*, 131(1–4):79–99, 2004.
5. K F Doerner, W J Gutjahr, R Hartl, C Strauss, and C Stummer. Pareto Ant Colony Optimization with ILP preprocessing in multiobjective project portfolio selection. *Eur J Oper Res*, 171(3):830–841, 2006.
6. M Doumpos, Y Marinakis, M Marinaki, and C Zopounidis. An evolutionary approach to construction of outranking models for multicriteria classification: The case of the ELECTRE TRI method. *Eur J Oper Res*, 199(2):496–505, 2009.
7. E Fernandez, E Lopez, F Lopez, and C A Coello Coello. Increasing selective pressure towards the best compromise in evolutionary multiobjective optimization: The extended NOSGA method. *Inf Sci*, 181(1):44–56, 2011.
8. E Fernandez, J Navarro, and G Mazcorro. Evolutionary multi-objective optimization for inferring outranking model's parameters under scarce reference information and effects of reinforced preference. *Found Comput Decis Sci*, 37(3):163– 197, 2012.
9. E Fernandez, E Lopez, G Mazcorro, R Olmedo, and C A Coello Coello. Application of the Non-Outranked Sorting Genetic Algorithm to public project portfolio selection. *Inf Sci*, 228:131–149, 2013.
10. F Ghasemzadeh, N Archer, and P Iyogun. A zero-one model for project portfolio selection and scheduling. J *Oper Res Soc*, 50(7):745–755, 1999.
11. T Kremmel, J Kubalik, and S Biffl. Software project portfolio optimization with advanced multi-objective evolutionary algorithm. *Appl Soft Comput*, 11(1):1416–1426, 2011.
12. C Stummer and K Heidenberger. Interactive R&D portfolio analysis with project interdependencies and time profiles of multiple objectives. *IEEE T Eng Manage*, 50(2):175–183, 2003.